

**Δεν επιτρέπεται η χρήση κανενός βοηθήματος.
Να απαντηθούν όλα τα ερωτήματα.**

ΘΕΜΑΤΑ

- 1) Να υπολογιστεί η τιμή του αθροίσματος

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}.$$

- 2) Να υπολογιστούν, αν υπάρχουν, τα όρια:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) \right], \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\tan(2x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin(2x)}{x^2}$$

- 3) Αν

$$g(x, y) = xf\left(\frac{y}{x}\right) + y,$$

όπου f παραγωγίσιμη συνάρτηση, ναδειχτεί ότι

$$x \frac{\partial g}{\partial x} + y \frac{\partial g}{\partial y} = g.$$

- 4) Να βρεθεί το διάστημα σύγκλισης της δυναμοσειράς

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n4^{n+1}} (x-2)^n.$$

Να γίνει ξεχωριστός έλεγχος σύγκλισης και στα άκρα του διαστήματος.

- 5) Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα:

$$I_1 = \int e^{-x} \sin(2x) dx, \quad I_2 = \int \frac{2x}{x^2 + x + 1} dx$$