

**Δεν επιτρέπεται η χρήση κανενός βοηθήματος.
Να απαντηθούν όλα τα ερωτήματα.**

ΘΕΜΑΤΑ

- 1) α) Να βρεθεί η ακτίνα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} x^n$. β) Να βρεθεί το διάστημα

σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{2n} x^{2n}$.

- 2) Να βρεθεί το σημείο της ευθείας $x + 2y = 3$ που βρίσκεται πλησιέστερα στην αρχή των αξόνων.

- 3) Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα $I_1 = \int \frac{x}{\sqrt{4-x}} dx$ και $I_2 = \int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln^3 x} dx$.

- 4) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του επίπεδου χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη $y = x^2 + 4x$ και την ευθεία $y = -x$.

- 5) α) Να υπολογιστεί η τιμή του ορίου $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$. β) Να υπολογιστεί η τιμή της

σταθεράς k , αν είναι γνωστό ότι η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan(6x)}{\tan(3x)}, & x \in \left(-\frac{1}{5}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{5}\right) \\ 2k-1, & x = 0 \end{cases}$$

είναι συνεχής στο $x = 0$.