

**Δεν επιτρέπεται η χρήση κανενός βοηθήματος.
Να απαντηθούν όλα τα ερωτήματα.**

ΘΕΜΑΤΑ

- 1) Να βρεθεί η σειρά Taylor της συνάρτησης $f(x) = e^x$ με κέντρο το σημείο $x_0 = 0$ (σειρά Maclaurin). Στη συνέχεια, να ελεγχθεί αν η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n!}$ είναι συγκλίνουσα και, αν είναι συγκλίνουσα, να υπολογιστεί η τιμή του άπειρου αθροίσματος.
- 2) Να υπολογιστεί το μήκος της επίπεδης καμπύλης που περιγράφεται παραμετρικά από τις εξισώσεις $x(t) = t^3$ και $y(t) = t^2$ με $t \in [0, 2]$.
- 3) Να βρεθούν οι εξισώσεις των εφαπτόμενων ευθειών στην επίπεδη καμπύλη $y^2 = x^5 + 3x^2$ στα σημεία με $x = 1$.
- 4) Αν για μια συνάρτηση f ισχύει

$$c + \int_1^{x^3} f(t) dt = \frac{4}{9} x^9 + \frac{13}{6} x^6$$

όπου $c \in \mathbb{R}$ σταθερά, να προσδιοριστούν η συνάρτηση f και η τιμή της σταθεράς c .

- 5) Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα $I_1 = \int_0^{+\infty} \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx$ και $I_2 = \int \frac{dx}{x^2 - 4x + 7}$.